

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, județul Timiș
7.02.2025

clasa a V-a

1. a) Calculați: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3$.
b) Arătați că 2025^{2026} se poate scrie ca sumă de 9 cuburi perfecte nenule distincte.
2. Se consideră șirul de numere naturale 57, 74, 65, 61, ..., în care fiecare termen, începând cu al doilea, este egal cu suma pătratelor cifrelor numărului precedent.
a) Scrieți următorii patru termeni ai șirului.
b) Fie S suma primilor 2024 de termeni ai șirului. Arătați că S nu este pătrat perfect.
(Gazeta Matematică)
3. a) Determinați restul împărțirii unui număr natural la 60 știind că dacă-l împărțim la 10 obținem restul 3 și dacă-l împărțim la 12 obținem restul 7.
b) Într-o sală sunt așezate 50 de scaune pe fiecare rând, numerotarea scaunelor făcându-se în ordine crescătoare de la 1 la n începând de la primul rând din față. Dacă Andrei ocupă locul cu numărul 1025 pe rândul din mijloc, iar Ana ocupă locul de pe ultimul rând situat în dreptul lui Andrei, determinați valoarea lui n și numărul locului ocupat de Ana.
4. a) Determinați numărul natural format doar cu cifre de 2 știind că dacă-l mărim de 2025 ori obținem un număr natural care conține 2025 cifre de 9.
b) Numerele naturale a, b, c, x, y, z verifică relația:
$$2021^x + 2023^y + 2025^z = 2020^a + 2022^b + 2024^c.$$

Determinați valoarea produsului: $P = (2024^x \cdot 2025^y \cdot 2026^z)^{a \cdot b \cdot c}$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.